第２３講・平面図形総合①　平行線と面積・底辺比と面積

要点整理

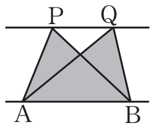
1　平行線と面積

1つの直線上の２点 A，B と，その直線に関して同じ側にある２点 P，Q について，

① PQ//AB ならば，△PAB＝△QAB である。

② △PAB＝△QAB ならば，PQ//AB である。

●平行線と面積

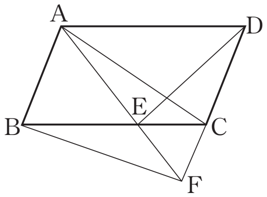


① PQ//AB ならば，△PAB＝△QAB

② △PAB＝△QAB ならば，PQ//AB

例題 1

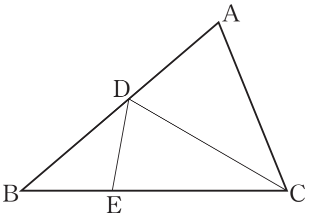
右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形である。辺 BC 上に点 E をとり，AE の延長と DC の延長との交点を F とする。このとき，△DEC と面積が等しい三角形を２つ書きなさい。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 2

右の図の△ABCで，点D，Eはそれぞれ辺AB，BC上にあり，AD：DB＝5：6，BE：EC＝1：2である。△ABCの面積が44cm^{2}のとき，△DECの面積を求めなさい。

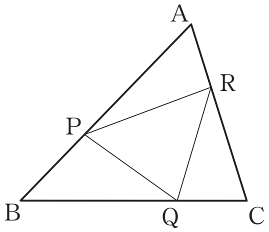


例題 3

右の図で，△ABCの辺AB，BC，CA上に，

$\frac{AP}{AB}=\frac{BQ}{BC}=\frac{CR}{CA}$ となるように点P，Q，Rをそれぞれとる。

$\frac{AP}{AB}=a$ とするとき，次の問いに答えなさい。



(1) $\frac{AR}{AC}$ を a の式で表せ。

(2) $a=\frac{5}{6}$ のとき，次の問いに答えよ。

① △ABCと△APRの面積比を求めよ。

② △ABCと△PQRの面積比を求めよ。

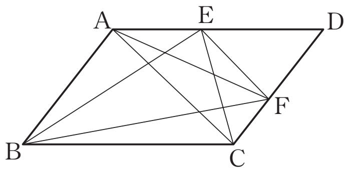
(3) △ABCと△PQRの面積比が3：1のとき，△APRの面積は，△ABCの面積の何分のいくつか。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

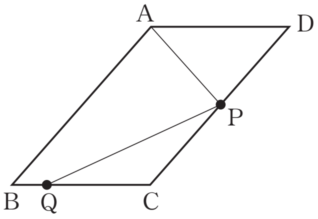
23－1

右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形である。点 E は辺 AD 上，点 F は辺 CD 上にあり，AC//EF である。このとき，△ABE と面積が等しい三角形を 3 つ書きなさい。



23－2

右の図で，四角形 ABCD は，AB＝6cm，AD＝4cm の平行四辺形である。辺 CD 上に点 P，辺 BC 上に点 Q をとり，頂点 A と点 P，点 P と点 Q をそれぞれ結ぶ。DP＝3cm，BQ＝1cm のとき，四角形 ABQP の面積は，平行四辺形の面積の何分のいくつか，求めなさい。



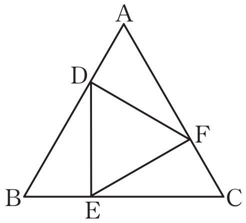
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ *Note* ＞

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第23講・確認テスト

［1］　右の図の△ABC で，AD：DB＝BE：EC＝CF：FA＝1：3 である。このとき，次の問いに答えなさい。

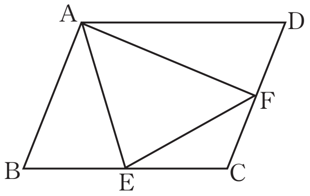


(1)　△DBE の面積は，△ABC の面積の $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}$ 倍である。

(2)　△DEF と△ABC の面積の比は，［エ］：［オカ］である。

(3)　△DEF と△ADF の面積の比は，［キ］：［ク］である。

［2］　右の図の平行四辺形 ABCD で，E，F はそれぞれ辺 BC，DC の中点である。このとき，次の問いに答えなさい。

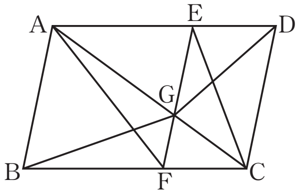


(1)　△ABE の面積は，平行四辺形 ABCD の面積の $\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$ 倍である。

(2)　△ECF の面積は，平行四辺形 ABCD の面積の $\frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}$ 倍である。

(3)　△AEF と平行四辺形 ABCD の面積の比は，［ス］：［セ］である。

［3］　右の図の平行四辺形 ABCD において，EF//AB であり，対角線 AC と線分 EF との交点を G とする。A～G のうちの 3 つを頂点とする三角形について，次の問いの空欄にあてはまるものを，下の選択肢から選び，その番号を答えなさい。ただし，これ以上の線はかき加えないものとする。



(1)　△BFG と面積が等しい三角形は，番号の小さい順に［ソ］，［タ］，［チ］である。

(2)　△ABF と面積が等しい三角形は，番号の小さい順に［ツ］，［テ］，［ト］，［ナ］である。

（選択肢）

①　△AFG　②　△AGD　③　△ACE　④　△CEG　⑤　△DEG

⑥　△AFE　⑦　△ABG　⑧　△CDG

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第23講・平面図形総合① 平行線と面積・底辺比と面積

例題 1

△AEC，△BFE

解説

AD//BC より△DEC＝△AEC　　よって，△AEC＝△BFE

例題 2

16cm^2

解説

　高さの等しい三角形では，底辺の比がそのまま面積の比になる。

$$\triangle \text{DEC}=\triangle \text{DBC}\times\frac{2}{3}=\underbrace{\triangle \text{ABC}\times\frac{6}{11}}_{\triangle \text{DBC}}\times\frac{2}{3}=44\times\frac{6}{11}\times\frac{2}{3}=16(\text{cm}^2)$$

例題 3

(1)　**$1-a$**　　(2)　①　**36：5**　　②　**12：7**　　(3)　$\frac{2}{9}$

解説

(1)　$\frac{\text{CR}}{\text{CA}}=a$ より，$\frac{\text{AR}}{\text{AC}}=\frac{\text{CA}-\text{CR}}{\text{CA}}=1-a$

(2)　②　$\triangle \text{APR}=\triangle \text{BQP}=\triangle \text{CRQ}=\triangle \text{ABC}\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{5}{36}\triangle \text{ABC}$ だから，

$\triangle \text{ABC}：\triangle \text{PQR}=1：\left(1-\frac{5}{36}\times 3\right)=12：7$

(3)　$\triangle \text{APR}=\frac{2}{3}\triangle \text{ABC}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}\triangle \text{ABC}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

23－1

△ACE，△ACF，△BCF

23－2

$\mathbf{\frac{9}{16}}$

解説

平行四辺形 ABCD の面積を S(cm^2)とすると，

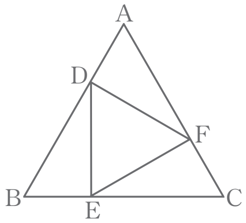
$\triangle APD = S \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{4}S$，$\triangle PQC = S \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{16}S$

四角形 ABQP$= S - \left(\frac{1}{4}S + \frac{3}{16}S\right) = \frac{9}{16}S$(cm^2)

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第23講・確認テスト

［1］　右の図の△ABC で，AD：DB＝BE：EC＝CF：FA＝1：3 である。このとき，次の問いに答えなさい。

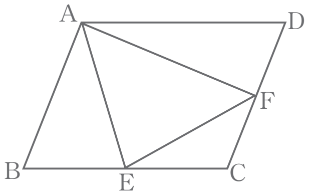


(1)　△DBE の面積は，△ABC の面積の $\frac{ア}{イウ}$ 倍である。

(2)　△DEF と△ABC の面積の比は，［エ］：［オカ］である。

(3)　△DEF と△ADF の面積の比は，［キ］：［ク］である。

［2］　右の図の平行四辺形 ABCD で，E，F はそれぞれ辺 BC，DC の中点である。このとき，次の問いに答えなさい。

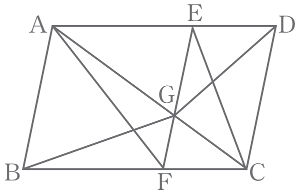


(1)　△ABE の面積は，平行四辺形 ABCD の面積の $\frac{ケ}{コ}$ 倍である。

(2)　△ECF の面積は，平行四辺形 ABCD の面積の $\frac{サ}{シ}$ 倍である。

(3)　△AEF と平行四辺形 ABCD の面積の比は，［ス］：［セ］である。

［3］　右の図の平行四辺形 ABCD において，EF//AB であり，対角線 AC と線分 EF との交点を G とする。A～G のうちの 3 つを頂点とする三角形について，次の問いの空欄にあてはまるものを，下の選択肢から選び，その番号を答えなさい。ただし，これ以上の線はかき加えないものとする。



(1)　△BFG と面積が等しい三角形は，番号の小さい順に［ソ］，［タ］，［チ］である。

(2)　△ABF と面積が等しい三角形は，番号の小さい順に［ツ］，［テ］，［ト］，［ナ］である。

（選択肢）

①　△AFG　②　△AGD　③　△ACE　④　△CEG　⑤　△DEG

⑥　△AFE　⑦　△ABG　⑧　△CDG

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

解答

［1］　ア　3　イ　1　ウ　6　エ　7　オ　1　カ　6　キ　7　ク　3

［2］　ケ　1　コ　4　サ　1　シ　8　ス　3　セ　8

［3］　ソ　①　タ　④　チ　⑤　ツ　②　テ　③　ト　⑥　ナ　⑦

解説

［1］　⑴　$\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{16}$（倍）　⑵　$1-\frac{3}{16}\times3=\frac{7}{16}$（倍）　⑶　$\frac{7}{16}:\frac{3}{16}=7:3$

［2］　⑴　$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$（倍）　⑵　$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$（倍）

⑶　△AFD は，平行四辺形 ABCD の面積の $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$（倍）

△AEF は，平行四辺形 ABCD の面積の $1-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right)=\frac{3}{8}$（倍）

よって，△AEF：平行四辺形 ABCD＝$\frac{3}{8}:1=3:8$

［3］　⑴　AB//GF より　△BFG＝△AFG，　AE//FC より　△AFG＝△CEG
DC//EG より　△ECG＝△DEG

⑵　GF//AB より　△ABF＝△ABG，　平行四辺形 ABFE より　△ABF＝△AFE
FC//AE より　△AFE＝△ACE，　DC//EG より　△ACE＝△AGD

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。